Auto-organisation de la demande : apprentissage par infomédiation Demand Self-Organization : Learning through InfomEDIation

Nicolas Curien
Conservatoire National des Arts et Métiers

31 octobre 2003

Résumé

Dans cet article, on cherche à rendre compte d'un phénomène d'apprentissage de la demande par "infomédiation", c'est-à-dire à travers des échanges d'information entre consommateurs sur des forums Internet. Le produit offert, renouvelé dans le temps, est horizontalement différencié et les acheteurs ne disposent ex ante que d'une information imparfaite sur les caractéristiques des différentes variétés proposées à chaque période. On analyse les conditions sous lesquelles l'infomédiation permet de décentraliser une segmentation efficace de la demande, conduisant à la maximisation du bien-être. On compare la performance de l'auto-organisation par infomédiation à l'idéal-type d'information parfaite et on discute notamment l'influence de paramètres tels que le nombre des forums ouverts, le poids des facteurs de choix privés extérieurs aux avis recueillis sur les forums, ou encore l'intensité d'éventuelles externalités informationnelles entre les forums.

In this paper we analyse a process of demand learning based on "infomEDIation", i.e. relying upon information exchanges across consumers within Web communities. The characteristics of the supplied good are subject to horizontal differentiation and change over time, so that the buyers' information on available varieties is imperfect at each period. We look for conditions under which infomEDIation proves able to decentralize efficiently demand segmentation, i.e. leads to welfare maximizing. We compare the output of self-organized infomEDIation to the ideal benchmark of segmentation under perfect information and we discuss the influence of various parameters, such as : the number of infomEDIation communities ; the respective weights of advices retrieved on the Web and of external factors in purchase decisions ; the degree of informational externalities across communities.

Codes JEL : D11, D71, D83, L15.

1 Introduction

Les situations d'apprentissage collectif sont courantes dans le processus de formation de la demande, les consommateurs se basant rarement sur leur seule information privée pour faire leurs choix. Ainsi, en présence d'externalités de club, il est rationnel d'observer les décisions des autres avant d'adopter soi-même une technologie, en raison de l'incertitude *ex ante* sur les gains d'adoption. Ou encore, en présence d'asymétries d'information, il est pertinent d'observer les choix d'individus mieux informés pour affiner ses propres anticipations (Manski [1993]). De même, lorsque des individus possèdent des ensembles d'information complémentaires, chacun est enclin à tirer des leçons du comportement des autres en vue d'améliorer la qualité de ses propres choix (Bala et Goyal [1998]).

La littérature existante est essentiellement consacrée à un type particulier d'apprentissage, celui fondé sur l'observation des actions d'autrui (*observational learning*), et elle met principalement en évidence un phénomène de mimétisme, selon lequel chacun tend à se conformer au choix dominant. La plupart des contributions insiste sur les pathologies associées à ce comportement mimétique, en termes de réduction de bien-être engendrée par un excès de conformité ou de conservatisme (Gale [1996], Arthur [1989], Bikchandani *et alii* [1998]). Certains auteurs mettent toutefois en question la robustesse de tels résultats en montrant que, dans certains cas, l'apprentissage par observation permet des anticipations rationnelles et conduit à une situation efficace (Vivès [1996], Kalai et Lehrer [1993]).

Dans le présent article, on s'intéresse à un autre type d'apprentissage social, jusqu'ici moins étudié, le "bouche-à-oreille" ("*word of mouth*"). Dans ce cas, l'apprentissage ne procède pas de l'observation des comportements et de l'interprétation des choix, mais il s'appuie sur des échanges d'information, chacun recueillant des avis émis par ceux ayant expérimenté en premier. Il s'agit ainsi d'un apprentissage par communication, par "infomédiation".

L'intérêt de bénéficier par infomédiation d'une expertise préalable aux décisions de consommation devient aujourd'hui d'autant plus évident que le progrès technique et l'innovation commerciale s'accélèrent et que la plupart des biens sont renouvelés en permanence, non seulement du fait de l'apparition de nouvelles marques ou de modèles inédits, mais encore en raison de l'émergence de produits et services radicalement innovants, dont la valeur d'usage est initialement incertaine : dans un tel contexte, les biens deviennent majoritairement des biens d'expérience, dont la qualité n'est connue que *ex post*, si bien que les consommateurs sont fortement enclins à prendre en compte l'avis d'adopteurs précoces avant de se décider à l'achat.

L'infomédiation peut avoir pour cadre les réseaux sociaux habituels (familiaux, professionnels ou associatifs), mais elle peut aussi s'établir à travers Internet avec des inconnus, des anonymes. Ce dernier type d'interaction sociale, qui fait l'objet du modèle présenté dans la suite, est aujourd'hui émergent et vraisemblablement promis à un fort développement : en effet, naviguer sur Internet permet, d'une part d'accroître considérablement la quantité des informations récoltées, d'autre part d'accéder à une connaissance qui ne pourrait aisément être acquise dans l'environnement physique et local.

Les espaces d'infomédiation accessibles sur Internet peuvent être de types variés : *chat rooms*, pages personnelles, sites spécialisés, zones réservées aux critiques sur des sites commerciaux tels que Amazon.com, FNAC.com, etc. Pour les fins de la modélisation, on considérera dans la suite qu'il s'agit de "forums", sur lesquels les premiers acheteurs, ou "testeurs", attribuent des notes aux produits offerts, dont les acheteurs ultérieurs, ou "suiveurs" prennent connaissance avant de consommer à leur tour : les forums sont en quelque sorte des *réseaux d'échanges*, qui structurent les relations inter-individuelles entre les testeurs – émetteurs de messages – et les suiveurs – récepteurs de ces messages. Ces réseaux sont évolutifs, un individu pouvant migrer d'un forum vers un autre, dans le but de rejoindre la communauté qu'il juge la plus pertinente en termes de conseils prodigués.

La qualité de testeur ou de suiveur n'est pas intrinsèque à un individu donné et elle n'est donc pas permanente dans le temps : à chaque période de consommation, tout individu peut être, soit testeur, soit suiveur. Ainsi, l'ensemble des testeurs d'une période donnée n'est autre que la frange des individus qui ont acheté en premier les produits de la période, et ce ne sont pas nécessairement les mêmes individus qui, d'une période à l'autre, constituent cette frange expérimentatrice. Cette caractéristique démarque sensiblement l'infomédiation via Internet du contexte traditionnel du modèle "diffusé", dans lequel les consommateurs ont accès à des avis communiqués sur les médias par des panels de critiques invariables dans le temps. Par ailleurs, le processus de renouvellement permanent des testeurs élimine des dysfonctionnements du type "jeu d'attente", chacun préférant être suiveur si bien qu'aucun testeur ne se manifeste jamais (Kapur [1995]), ou du type "sous-expérimentation", une expérimentation insuffisante s'avérant inopérante à guider les choix des suiveurs (Guzman et Ventura [1998]).

Si l'apprentissage par observation pose le problème de l'interprétation judicieuse des comportements des autres (Manski [2000]), l'infomédiation pose quant à elle le problème de savoir à qui l'on a affaire : une information n'a en effet de pertinence que si elle émane d'un conseiller dont les goûts sont congruents avec ceux du conseillé. Il convient donc d'étudier comment

une population d'internautes consommateurs peut, ou non, s'auto-organiser de manière à se constituer en communautés homogènes, au sein desquelles les goûts sont identiques ou proches. Tel est l'objet du modèle présenté dans cet article, qui cherche à analyser de manière explicite le processus d'auto-organisation de la demande par infomédiation, auparavant étudié par l'auteur à l'aide de techniques de simulation (Curien *et alii* [2001]).

Notre approche apparaît originale relativement aux modèles de bouche-à-oreille déjà développés. Notamment, le modèle d'adoption technologique d'Ellison et Fudenberg [1995] ignore la dimension auto-organisatrice de l'apprentissage, en supposant des interactions aléatoires et isotropes entre les agents. D'autres modèles, dits de ségrégation (par exemple, Bala et Goyal [2000], Goyal et Vega-Redondo [1999], Watts [2001]), examinent certes la formation endogène de réseaux de relations inter-individuelles (voir Dutta et Jackson [2001] pour un panorama de cette littérature), mais selon un point de vue différent du nôtre, car ils supposent que les individus peuvent établir des contacts personnalisés ancrés sur des critères objectifs de reconnaissance, et non pas des liens impersonnels reposant uniquement sur la production et la consultation d'avis subjectifs et anonymes.

La suite de l'article est organisée en trois sections. Dans la section 2, nous présentons une modélisation stylisée du contexte d'infomédiation. Dans la section 3, nous exploitons cette "maquette", afin d'en retirer plusieurs enseignements sur la capacité de l'infomédiation à auto-organiser la demande d'une manière efficace. Enfin, les principaux résultats obtenus sont résumés dans la conclusion.

2 Une maquette d'infomédiation

2.1 Les espaces d'offre et de demande

L'espace de demande, soit X , est constitué d'une population de taille P , composée de consommateurs différenciés selon une caractéristique de goût x . La caractéristique x est supposée uniformément répartie avec la densité $P/2L$ sur le segment $[-L, +L]$. La caractéristique moyenne au sein de la population est donc 0 et la variance de la dispersion des goûts individuels au sein du continuum X vaut $s^2 = L^2/3$.

L'espace d'offre est en permanence renouvelé dans le temps. A chaque période t , ($t = 1, 2, \dots$), cet espace est représentable par un ensemble discret Y_t , constitué de $2K + 1$ variétés horizontalement différenciées d'un même produit. Ces variétés sont régulièrement espacées sur une droite réelle, deux

variétés consécutives étant séparées par un petit intervalle d'amplitude $2l$ ($l \ll L$). Plus précisément, une variété centrale est offerte au milieu de Y_t , de part et d'autre de laquelle sont localisées $2K$ variétés, aux abscisses respectives $y_k = 2k \cdot l$, le milieu de Y_t étant choisi comme abscisse-origine et l'entier relatif k variant entre $-K$ et $+K$.

On suppose ainsi que les offreurs ont une connaissance grossière du marché qui leur permet de “caler”, à chaque période t , le centre de l'espace d'offre Y_t sur le centre du segment de demande X : la variété centrale, localisée en $y = 0$ sur Y_t , est conçue pour convenir le mieux au consommateur moyen, situé en $x = 0$ sur X . Les offreurs savent également que la variété la mieux adaptée au consommateur de caractéristique x ($-L \leq x \leq +L$) est la variété k dont la localisation y_k dans Y_t est la plus proche de l'abscisse x dans X . Toutefois, on suppose que l'offre est dans l'incapacité de discriminer la demande ex ante, c'est-à-dire de reconnaître la caractéristique x d'un consommateur donné et de proposer spécifiquement à ce dernier la variété “personnalisée” qui correspond le mieux à son goût.

Corrélativement, on fait l'hypothèse que les offreurs, d'une part incertains quant à l'amplitude $2L$ du segment de demande X , et anticipant d'autre part des “erreurs” de la part des consommateurs, ouvrent ex ante à chaque période un éventail de variétés plus large que l'amplitude de l'espace de demande, soit $2K + 1 > L/l$, l'offre de chaque variété s'ajustant quantitativement ex post à la demande exprimée. Un tel contexte traduit convenablement la situation qui prévaut dans le cas d'un produit “paramétrable” (*versionning good*), dont une multitude de versions peut être réalisée sur mesure en fonction des demandes manifestés par les différents acheteurs.

Ainsi, parmi les $2K + 1$ variétés admissibles, seules $2\bar{K} + 1 = L/l$ variétés ($\bar{K} < K$) sont localisées en recouvrement du segment de demande X (en supposant par commodité que la largeur $2L$ de ce segment est un multiple impair du pas $2l$ de discrétisation de l'offre). Ces variétés “pertinentes” sont localisées dans Y_t aux abscisses $y_k = 2k \cdot l$ ($-\bar{K} \leq k \leq \bar{K}$). On montrera dans la suite que le processus d'infomédiation conduit naturellement à la sélection de ces seules variétés et à l'élimination des autres, dans le cas où les consommateurs se reposent uniquement sur les avis qui leurs sont fournis à travers ce processus, à l'exclusion de tout autre facteur de choix.

Les consommateurs d'une période donnée t ne sont pas en mesure de “déchiffrer” ex ante l'espace d'offre Y_t pour la période considérée. Autrement dit, les deux espaces X et Y_t , qui sont superposables au sens du modélisateur, ne le sont pas aux yeux des futurs acheteurs de la période t et la connaissance d'une “adresse” $y_k \in Y_t$ ne renseigne pas un individu $x \in X$ sur l'utilité

qu'il obtiendrait en achetant à cette adresse. En d'autres termes, le seul libellé annoncé par les offreurs pour une variété donné y_k , libellé qui de plus change de période en période au fur et à mesure du renouvellement de l'offre, ne fournit pas aux consommateurs une indication suffisante pour qu'ils puissent établir une correspondance entre leur propre adresse dans X , d'ailleurs éventuellement imparfaitement connue, et l'adresse de la variété considérée dans Y_t .

Un individu ayant consommé, à une certaine période t , une variété localisée en y_k sur l'espace d'offre Y_t , en retire ex post une utilité qui est supposée fonction quadratique décroissante de l'écart entre la caractéristique $x \in X$ de cet individu et la localisation $y_k \in Y_t$ de son achat, soit :

$$u(y_k - x) \equiv -(y_k - x)^2 ,$$

0 étant la plus grande utilité individuelle atteignable, celle que chaque consommateur obtiendrait en achetant la variété correspondant idéalement à son goût personnel.

Si l'information des consommateurs et des offreurs était parfaite, alors ces derniers proposeraient exclusivement à chaque période t les $2\bar{K} + 1 = L/l$ variétés pertinentes et la structure du marché, telle qu'elle résulte trivialement de la maximisation des utilités individuelles, consisterait à chaque période en une partition du segment de demande $X = [-L, +L]$ en $2\bar{K} + 1$ segments de marché adjacents de même largeur $2l$, soit :

$$\left\{ \begin{array}{l} X_{-\bar{K}} = [-L, -(2\bar{K} - 1)l [\\ X_{-\bar{K}+1} = [-(2\bar{K} - 1) \cdot l, -(2\bar{K} - 3)l [\\ \dots \\ X_0 = [-l, +l[\\ \dots \\ X_{\bar{K}-1} = [(2\bar{K} - 3)l, (2\bar{K} - 1)l [\\ X_{\bar{K}} = [(2\bar{K} - 1)l, +L] \end{array} \right. .$$

Au sein du sous-segment de marché particulier de rang k ($-\bar{K} \leq k \leq \bar{K}$), tous les consommateurs de la période t achèteraient la variété particulière localisée au centre de ce sous-segment, à l'abscisse $y_k = 2k \cdot l$ sur Y_t .

2.2 Les conseils des testeurs

Au cours de chaque période, chacun des individus de la population achète une certaine variété, en quantité unitaire. Ces achats se déroulent en deux phases. Dans un premier temps, certains individus, les *testeurs*, consomment

sans se référer à aucun avis préalable, chacun d'eux sélectionnant au hasard une variété parmi celles proposées par les offreurs. Dans un second temps, après que les testeurs ont exploré les variétés de la période, le reste de la population, constitué des *suiveurs*, consomme à son tour sur la base de conseils recueillis auprès des testeurs.

Les individus, qu'ils soient testeurs ou suiveurs, fréquentent des forums de discussion sur Internet. Soit N le nombre des forums ouverts et $n = 1, 2, \dots, N$, l'indice repérant chacun de ces forums. On note P_t^n la taille de la sous-population présente dans le forum n à la période t et $P_t^n(x)$ la densité de répartition cette sous-population sur le segment $X = [-L, +L]$ des caractéristiques individuelles. On désigne enfin par m_t^n , s_t^n , la moyenne et l'écart-type de la distribution de la caractéristique x dans le forum n à la période t . Au sein d'un forum donné n , et au début d'une période t , les testeurs fréquentant ce forum – dont la sous-population est supposée distribuée selon la caractéristique x de la même manière que la population globale du forum – s'équirépartissent entre les $2K + 1$ variétés proposées : une fraction $1/(2K + 1)$ des testeurs du forum n a ainsi acheté la variété particulière localisée en y_k ($-K \leq k \leq +K$) à la période t . Ces consommateurs précoces de la variété k dans le forum n ont, en moyenne, retiré de leur achat l'utilité :

$$\begin{aligned}\widehat{u}_t^n(y_k) &= -\frac{1}{P_t^n} \cdot \int_{-L}^{+L} (y_k - x)^2 \cdot P_t^n(x) \cdot dx, \\ \widehat{u}_t^n(y_k) &= -(y_k - m_t^n)^2 - (s_t^n)^2.\end{aligned}$$

Dans chaque forum n et à chaque période t , les testeurs communiquent les utilités que leur ont procuré leurs achats. L'animateur d'un forum convertit alors, pour chaque variété k , l'utilité $\widehat{u}_t^n(y_k)$ moyennée sur l'ensemble des testeurs de cette variété en une "note" $u_t^n(y_k)$, sur l'échelle d'évaluation discrète $\{-4K^2l^2, -4(K - 1)^2l^2, \dots, -4l^2, 0\}$: la note maximale 0 est attribuée à la variété y_t^n qui réalise le maximum de $u_t^n(y_k)$ par rapport à y_k , c'est-à-dire la variété localisée au plus près de la caractéristique individuelle moyenne m_t^n au sein du forum ; la note $-4l^2$ est attribuée à chacune des deux variétés réalisant les deuxième et troisième meilleurs scores, c'est-à-dire les deux variétés situées à distance $\pm 2l$ de y_t^n ; et ainsi de suite, la plus mauvaise note, au pire $-4K^2 \cdot l^2$, étant attribuée à la variété la plus distante de y_t^n . La procédure de notation dans chacun des forums est ainsi résumée par la formule :

$$u_t^n(y_k) = -(y_k - y_t^n)^2.$$

A l'issue de la phase d'expérimentation de la période t , et dans chaque forum n , les individus suiveurs prennent connaissance des notes $u_t^n(y_k)$ attribuées à chacune des variétés k ($-K \leq k \leq +K$), statistiques qui sont

affichées par l’animateur du forum. Remarquons que seules ces évaluations moyennées sur la sous-population des testeurs apportent une information – certes imparfaite – aux suiveurs, car ces derniers n’étant pas en mesure de connaître la caractéristique x de chaque testeur, ils sont incapables d’identifier ceux des testeurs qui possèdent la même caractéristique individuelle que la leur : dans l’impossibilité de discriminer de manière pertinente entre les avis donnés par deux testeurs distincts, les suiveurs se reposent sur l’avis moyen de l’ensemble des testeurs.

2.3 Les décisions des suiveurs

On admet que, pour anticiper l’utilité qu’est susceptible de lui procurer une variété donnée k offerte à la période t , un individu suiveur fréquentant le forum n à cette période est influencé par la note $u_t^n(y_k)$, indicatrice de l’utilité moyenne que les testeurs du forum ont retiré de cette variété, ainsi que par des déterminants de choix privés, tels qu’un a priori personnel, l’influence d’amis, un facteur d’accessibilité ou de disponibilité de l’offre, ou encore des informations que l’individu a pu récolter en visitant d’autres forums que celui auquel il accorde sa confiance pour la période considérée. L’ensemble de ces déterminants privés est supposé résumé par la réalisation d’une variable aléatoire dont la loi est supposée doublement indépendante de la caractéristique x de l’individu et de la variété considérée k .

Pour la commodité de la modélisation, on suppose que l’utilité de la variété k , telle qu’elle est anticipée ex ante par un individu suiveur fréquentant le forum n à la période t , est une variable aléatoire :

$$\tilde{u}_t^n(y_k) = u_t^n(y_k) + \tilde{w} ,$$

dont la composante déterministe $u_t^n(y_k)$ est égale à la note reflétant l’utilité moyenne des testeurs, et dont la composante stochastique $\tilde{w}$ suit une loi “double exponentielle”, de fonction de répartition :

$$\text{Proba}\{\tilde{w} \leq w\} = -\exp[-e^{-(w+C)/2\sigma^2}] ,$$

où C est la constante d’Euler. La moyenne de la loi double exponentielle est nulle, si bien que l’attitude moyenne d’un suiveur fréquentant un certain forum n consiste à se fier aux avis $u_t^n(y_k)$ donnés en moyenne par les testeurs de ce forum. La variance de la loi vaut quant à elle $\pi^2\sigma^2/3$, si bien que le paramètre σ^2 est une mesure du poids accordé aux déterminants de choix extérieurs aux conseils des testeurs.

A toute période t , chaque individu suiveur du forum n réalise le programme d’optimisation $\sup_k \tilde{u}_t^n(y_k)$ et, selon le résultat standard du modèle

de choix discret de type logit, la population des suiveurs du forum n se répartit entre les différentes variétés k , c'est-à-dire entre les différentes localisations y_k , selon la loi de distribution logistique :

$$\begin{aligned}\pi_t^n(y_k) &= \text{Proba}\{\sup_{j \neq k} \tilde{u}_t^n(y_j) < \tilde{u}_t^n(y_k)\} \\ \pi_t^n(y_k) &= \frac{e^{u_t^n(y_k)/2\sigma^2}}{\sum_{j=-K}^{j=+K} e^{u_t^n(y_j)/2\sigma^2}} = \frac{e^{-(y_k - y_t^n)^2/2\sigma^2}}{\sum_{j=-K}^{j=+K} e^{-(y_j - y_t^n)^2/2\sigma^2}}.\end{aligned}$$

Sous la double hypothèse que le quantum $2l$ séparant deux variétés consécutives y_k et y_{k+1} est petit ($l \ll L$) et que l'amplitude de l'espace d'offre Y_t est grande relativement à celle de l'espace de demande X , la loi logistique $\pi_t^n(y_k)$ est une approximation discrète de la loi normale de moyenne y_t^n et de variance σ^2 , soit :

$$\pi_t^n(y_k) \simeq \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(y_k - y_t^n)^2/2\sigma^2}.$$

Cette approximation est valide lorsque :

$$(2K + 1) \cdot l \gg L + 2\sigma \Leftrightarrow K \gg \bar{K} + \frac{\sigma}{l},$$

condition que nous supposons vérifiée dans la suite. La distribution des achats de la période t dans un forum donné n est alors très voisine d'une distribution gaussienne, centrée sur la variété y_t^n localisée au plus près de la caractéristique individuelle moyenne m_t^n au sein du forum, et dont la variance σ^2 , la même dans chacun des forums, traduit l'influence des facteurs de choix extérieurs aux conseils des testeurs.

Il résulte notamment de ce qui précède que deux forums n et p dans lesquels les caractéristiques moyennes m_t^n et m_t^p diffèrent si peu à une certaine période t qu'elles sont toutes deux plus proches voisines de la localisation une même variété sont deux forums indistinguables, car ils induisent exactement la même distribution des achats des individus suiveurs ($y_t^n = y_t^p$).

Deux cas extrêmes méritent une attention particulière : d'une part, celui où les suiveurs s'en remettent exclusivement sur les avis des testeurs ($\sigma^2 = 0$) ; d'autre part, celui où les avis des testeurs sont totalement ignorés par les suiveurs ($\sigma^2 = +\infty$).

(i) *Lorsque la confiance accordée aux testeurs est sans réserve* ($\sigma^2 = 0$), tous les suiveurs d'un forum donné choisissent une seule et même variété, celle dont la localisation dans Y_t est la plus proche (située à une distance inférieure au demi-pas l de discrétisation de l'offre) de la caractéristique individuelle

moyenne au sein de ce forum : la distribution $\pi_t^n(y_k)$ est alors concentrée en “pic” sur la seule variété y_t^n .

(ii) Lorsque les avis exprimés sur les forums n’influent en rien sur les décisions d’achat ($\sigma^2 \rightarrow +\infty$), les suiveurs se comportent exactement comme des testeurs, si bien que les parts de marché des différentes variétés sont uniformément distribuées, soit $\pi_t^n(y_k) = 1/(2K + 1)$. Dans ce cas, un comportement parfaitement homogène et indifférencié des suiveurs prévaut dans chacun des forums.

3 Auto-organisation de la demande

3.1 Evaluation des forums et migrations

On formule l’hypothèse de rationalité limitée selon laquelle, au terme de chaque période, tout individu donné compare ex post les “performances” relatives des différents forums en retenant comme critère d’évaluation l’utilité obtenue en moyenne par les individus qui lui sont semblables. Pour un individu de caractéristique x , ayant fréquenté le forum n à la période t , ce critère a pour expression :

$$\begin{aligned}\widehat{u}_t^n(x) &= - \sum_{k=-K}^{+K} (y_k - x)^2 \cdot \pi_t^n(y_k) . \\ \widehat{u}_t^n(x) &\simeq - \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{+\infty} (y - x)^2 \cdot e^{-(y-y_t^n)^2/2\sigma^2} \cdot dy = -(y_t^n - x)^2 - \sigma^2 .\end{aligned}$$

Il en résulte que, en fin de période t , un individu de caractéristique x évalue sa “distance” $(y_t^n - x)^2$ à chacun des N forums et il choisit d’adhérer, pour la période suivante $t + 1$, au forum particulier qui rend cette distance minimale, c’est-à-dire le forum dans lequel la variété réalisant les meilleures ventes est localisée au plus près de sa propre caractéristique : s’il s’agit du forum auquel l’individu adhérerait à la période t qui s’achève, alors il demeure dans ce forum ; s’il s’agit d’un autre forum, alors il migre vers ce dernier. L’évaluation des distances $(y_t^n - x)^2$ est rendue possible par la communication, dans tous les forums, des N localisations des variétés les plus demandées au sein de chacun d’eux, soit y_t^n ($n = 1, 2, \dots, N$).

Remarquons toutefois que si la variance de l’aléa individuel de comportement s’accroît indéfiniment ($\sigma^2 \rightarrow \infty$), c’est-à-dire si les suiveurs ne tiennent aucun compte des conseils des testeurs, alors les N forums deviennent indiscernables les uns des autres ($\forall n : \widehat{u}_t^n(x) \rightarrow -\infty$) : les suiveurs se comportent

alors exactement comme des testeurs de la deuxième heure et, dans chaque forum, la distribution des achats est étalée entre toutes les variétés offertes avec équiprobabilité ($1/(2K + 1) \simeq 0$). Dans ce cas pathologique, l'infomédiation est totalement inopérante et le système est "piégé" à chaque période dans un état de désordre maximal caractérisé par une totale indifférenciation des forums et une totale homogénéité des comportements d'achat.

Pourvu que les suiveurs prennent au moins partiellement en considération les avis des testeurs ($\sigma^2 < \infty$), les forums deviennent distinguables pourvu que les localisations y_t^n ($n = 1, 2, \dots, N$) des variétés préférées dans chacun d'eux diffèrent entre elles, c'est-à-dire pourvu que leurs caractéristiques individuelles moyennes m_t^n soient séparées les unes des autres par des écarts dont l'amplitude excède le pas $2l$ de discrétisation de l'offre. En revanche si deux, plusieurs, voire toutes les caractéristiques moyennes m_t^n sont incluses dans un même intervalle de largeur $2l$ centré autour de la localisation d'une seule et même variété, au moins certains des forums deviennent indistinguables et une dégénérescence partielle ou totale apparaît.

Une convergence de la dynamique de migration exempte de dégénérescence suppose par conséquent que, à l'instant initial $t = 0$, les caractéristiques moyennes m_0^n dans les différents forums soit suffisamment espacées. Or cette propriété n'est pas garantie a priori, car l'affectation des P individus de la population aux N forums à leur état naissant s'opère au hasard et conduit à des caractéristiques moyennes m_0^n d'autant plus resserrées au voisinage de la variété centrale $y = 0$ que le nombre N des forums ouverts est élevé. Si ce nombre N dépasse un certain seuil critique N_c , un effet de dégénérescence apparaît donc. Dans un premier temps, nous étudierons la dynamique de migration en supposant que les conditions initiales m_0^n sont telles qu'elles n'induisent aucune dégénérescence, puis nous calculerons le seuil critique N_c en deça duquel tel est bien le cas.

3.2 Equilibre séparateur et efficacité

En l'absence de dégénérescence, on peut, dans chaque forum n et à chaque période t , confondre sans erreur significative la localisation de la variété la plus demandée, soit y_t^n , et la caractéristique individuelle moyenne, soit m_t^n . Supposant pour simplifier que les migrations s'effectuent sans inertie, il résulte alors immédiatement de la minimisation selon n de la distance $(y_t^n - x)^2 \simeq (m_t^n - x)^2$, par tout individu $x \in X$, que les forums de la période $t + 1$ (pour $t \geq 0$) constituent une partition du segment de demande

$x_{n+1} - x_n$ sont égales entre elles, soit $x_{n+1} - x_n = 2L/N$, et l'utilité maximale par tête vaut :

$$\widehat{u}(N, \sigma) = -\frac{L^2}{3N^2} - \sigma^2.$$

En cet optimum, les positions des centres des différents forums sont bien localisées aux abscisses atteintes à la limite de la dynamique de migration, soit :

$$-L + (2n - 1)\frac{L}{N} = m_\infty^n \quad n = 1, 2, \dots, N.$$

La convergence vers l'équilibre séparateur réalise donc une décentralisation par infomédiation de la maximisation de l'utilité par tête, à nombre N de forums donné.

La dynamique d'infomédiation conduirait à l'idéal-type d'information parfaite si, d'une part, le nombre N des forums pouvait être porté sans occasionner aucune dégénérescence jusqu'au nombre $\overline{N} = 2\overline{K} + 1 = L/l$ des variétés en recouvrement avec le segment de demande $X = [-L, +L]$ et si, d'autre part, les consommateurs accordaient une confiance parfaite aux conseils prodigués par les testeurs, soit $\sigma^2 = 0$. L'utilité par tête atteindrait alors la borne supérieure :

$$\widehat{u}(\overline{N}, 0) = -\frac{L^2}{3\overline{N}^2}.$$

Remarquons qu'il s'agit bien d'une borne supérieure, car si le nombre N des forums excédait $\overline{N}$, alors nécessairement au moins deux forums d'équilibre seraient tels que leurs caractéristiques moyennes soient plus proches voisines d'une même variété ; ces forums seraient par conséquent indistinguables et se partageraient sur X un même sous-segment de population, si bien qu'augmenter N au-delà de $\overline{N}$ n'induirait aucun gain d'utilité.

La performance de l'infomédiation peut être mesurée par l'écart de l'utilité par tête à sa borne supérieure, soit, en normalisant les niveaux d'utilité par la variance $s^2 = L^2/3$ de la population globale :

$$\delta\widehat{u}(N, \sigma) = \frac{\widehat{u}(\overline{N}, 0) - \widehat{u}(N, \sigma)}{s^2} = \left(\frac{1}{N^2} - \frac{1}{\overline{N}^2} \right) + \frac{\sigma^2}{s^2}.$$

Cet écart comprend deux termes :

- Le premier terme, fonction décroissante de N et nul lorsque $N = \overline{N}$, est de nature structurelle. Il mesure le "défaut de segmentation" qu'entraîne l'ouverture d'un nombre N de forums inférieur au nombre $\overline{N}$ de variétés recouvrant l'espace de demande ;

- Le second terme, fonction décroissante de σ^2 et nul lorsque $\sigma^2 = 0$, est de nature comportementale. Il mesure le “défaut de confiance” induit par l’existence de déterminants de choix privés extérieurs aux avis émis par les testeurs : lorsque $\sigma^2 > 0$, la distribution des achats au sein de chacun des forums n’est pas concentrée en pic sur la seule variété localisée au centre du forum considéré, mais elle est étalée sur l’ensemble des $2K + 1$ variétés proposées selon une loi normale de variance σ^2 .

En résumé, sous réserve de l’absence de dégénérescence de la dynamique, plus le nombre de forums s’approche du nombre des variétés en recouvrement avec le segment de demande ($N \rightarrow \overline{N} = 2\overline{K} + 1$), et plus l’aléa individuel de comportement est faible ($\sigma^2 \rightarrow 0$), plus la structure du marché asymptotique se conforme à l’idéal-type qui serait atteint à chaque période sous une information parfaite.

3.3 Trappe de dégénérescence

Nous allons maintenant montrer que l’idéal-type d’information parfaite ne peut en fait jamais être atteint, en raison de l’apparition d’une dégénérescence dès que le nombre N des forums excède une certaine valeur critique $N_c < \overline{N}$.

Initialement, c’est-à-dire à l’instant $t = 0$, N forums sont ouverts, attirant globalement une population d’internautes consommateurs $P = P_0 \cdot N$, où P_0 mesure l’audience suscitée par l’ouverture d’un forum. A ce stade de “soupe primitive”, les forums sont totalement indifférenciés et les P individus se répartissent au hasard entre les N forums. La densité de population $P_0^n(x)$ rejoignant un forum donné n au voisinage immédiat de la caractéristique $x \in X = [-L, +L]$ est la réalisation d’une variable aléatoire $\tilde{P}_0^n(x)$, qui suit une loi binomiale d’espérance $P_0/2L$ et de variance $(P_0/2L) \cdot (1 - 1/N)$. Cette loi est la même au voisinage de chaque caractéristique $x \in X$ et les densités aléatoires aux voisinages de deux caractéristiques distinctes sont stochastiquement indépendantes entre elles. La caractéristique individuelle moyenne au sein d’un forum donné n , soit m_0^n , est ainsi la réalisation d’une variable aléatoire $\tilde{m}_0^n$, définie par :

$$\tilde{m}_0^n = \frac{\int_{-L}^{+L} x \cdot \tilde{P}_0^n(x) \cdot dx}{\int_{-L}^{+L} \tilde{P}_0^n(x) \cdot dx} \simeq \frac{1}{P_0} \cdot \int_{-L}^{+L} x \cdot \tilde{P}_0^n(x) \cdot dx ,$$

dont la moyenne et la variance sont respectivement :

$$E(\tilde{m}_0^n) = \frac{E[\tilde{P}_0^n(x)]}{P_0} \cdot \int_{-L}^{+L} x \cdot dx = 0 ,$$

$$V(\tilde{m}_0^n) = \frac{V[\tilde{P}_0^n(x)]}{P_0^2} \int_{-L}^{+L} x^2 \cdot dx = \frac{L^2}{3P_0} \cdot (1 - 1/N) \simeq \frac{L^2}{3P_0} .$$

Approchant la loi de $\tilde{m}_0^n$ par une loi uniforme centrée sur 0, le support de cette loi est l'intervalle $[-L/\sqrt{P_0}, +L/\sqrt{P_0}]$ et sa densité $2\sqrt{P_0}/L$. L'écart moyen entre deux caractéristiques moyennes consécutives m_0^n et m_0^{n+1} vaut par conséquent $2L/\sqrt{P_0}N$. Une dégénérescence partielle apparaît dès lors que cet écart moyen s'abaisse en dessous du pas $2l$ de discrétisation de l'offre, c'est-à-dire lorsque :

$$N > N_c = \frac{1}{\sqrt{P_0}} \cdot \frac{L}{l} = \frac{\bar{N}}{\sqrt{P_0}} < \bar{N} .$$

La segmentation la plus fine qui puisse être atteinte sans dégénérescence à l'issue de la dynamique de migration correspond donc à N_c forums partageant le segment de demande $X = [-L, +L]$ en intervalles égaux de largeur $2L/N_c$. A supposer que les suiveurs accordent une confiance totale aux testeurs ($\sigma^2 = 0$), le maximum atteignable de l'utilité par tête est $\hat{u}(N_c, 0)$, et non pas $\hat{u}(\bar{N}, 0)$. La perte relative d'utilité par tête imputable à l'existence d'un seuil de dégénérescence vaut donc :

$$\frac{1/N_c^2 - 1/\bar{N}^2}{1/\bar{N}^2} = P_0 - 1 .$$

Cette perte est d'autant plus grande que l'audience P_0 de chaque forum est importante, car la variance de la fluctuation autour de 0 des caractéristiques moyennes m_0^n varie en raison inverse de cette audience, et plus faible est la fluctuation, plus bas est le seuil N_c de dégénérescence des forums. On a ainsi mis en évidence une propriété du système des forums tout à fait analogue au phénomène "*d'ordre par le bruit*", familier dans les phénomènes physiques : lorsque la fluctuation initiale de différenciation des forums est trop faible ($N > N_c$), la dynamique induite est dégénérée ; en revanche, dès qu'un seuil critique de fluctuation est franchi ($N < N_c$), la dynamique devient auto-organisatrice et la qualité de cette auto-organisation est maximale au voisinage du seuil critique, l'utilité par tête $\hat{u}(N, \sigma)$ étant en effet maximale pour $N = N_c$.

3.4 Parasitage informationnel entre forums

Les résultats qui précèdent ont été établis sous l'hypothèse que la variance σ^2 de l'aléa individuel de comportement est indépendante du nombre N des forums ouverts. Or une telle hypothèse manque de réalisme, car les consommateurs visitent à chaque période d'autres forums que celui auquel ils accordent prioritairement leur confiance et ils y récoltent des informations parasites, qui viennent perturber les conseils prodigués sur le forum privilégié. Nous allons maintenant montrer que cet effet *d'externalité informationnelle négative* entre les forums conduit très logiquement à réduire leur nombre en deçà du seuil de dégénérescence N_c , et ce d'autant plus que l'externalité de parasitage est intense.

Pour tenir compte de l'externalité, on suppose que la variance σ^2 de l'aléa affectant l'utilité annoncée par les testeurs est décomposable sous la forme :

$$\sigma^2 = \theta^2 + (N - 1) \cdot \tau^2 ,$$

où θ^2 représente l'influence des facteurs de choix extérieurs au système des forums et τ^2 la "perturbation" que la visite d'un forum autre que le forum privilégié induit sur la confiance accordée à ce dernier. Dans ces conditions, l'utilité par tête atteinte à l'équilibre des migrations d'un système composé de N forums a pour expression :

$$\widehat{u}(N, \theta, \tau) = -\theta^2 - \frac{L^2}{3N^2} - (N - 1)\tau^2 .$$

Posant :

$$\tau_c = \sqrt{\frac{2}{3N_c^3}} \cdot L ,$$

on peut encore écrire :

$$\widehat{u}(N, \theta, \tau) = -\theta^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{N_c^3}{N^2} \cdot \tau_c^2 - (N - 1)\tau^2 .$$

Traitant, pour simplifier, le nombre N de forums comme une variable continue ($N \gg 1$, $N - 1 \simeq N$), la maximisation de l'utilité par tête sous contrainte de non-dégénérescence de la dynamique est réalisée en ouvrant $N^*(\tau)$ forums, avec :

$$N^*(\tau) = N_c \cdot \inf [1, (\tau_c/\tau)^{2/3}] = \begin{cases} N_c & \text{si } \tau \leq \tau_c \\ N_c \cdot (\tau_c/\tau)^{2/3} & \text{si } \tau > \tau_c \end{cases} ,$$

et le maximum d'utilité par tête alors atteint vaut :

$$\widehat{u}^*(\theta, \tau) = \begin{cases} -\theta^2 - N_c \cdot (\tau_c^2/2 + \tau^2) & \text{si } \tau \leq \tau_c \\ -\theta^2 - (3/2) \cdot N_c \cdot \tau_c^{2/3} \cdot \tau^{4/3} & \text{si } \tau > \tau_c \end{cases} .$$

Ainsi, pour un niveau donné θ d'influences extérieures au système des forums, la borne supérieure de l'utilité collective est atteinte en l'absence de parasitage informationnel entre les forums ($\tau = 0$) : cette borne, qui vaut $\widehat{u}^*(\theta, 0) = -\theta^2 - N_c \cdot \tau_c^2/2$ est d'autant plus élevée que les influences extérieures sont faibles ; lorsque ces influences sont inexistantes ($\theta = 0$), la borne est uniquement contrainte par la plus fine segmentation N_c qui soit compatible avec l'absence de dégénérescence. Dès qu'un parasitage se manifeste ($\tau > 0$), l'utilité collective s'abaisse continuellement à partir de $\widehat{u}^*(\theta, 0)$ en fonction de l'intensité τ^2 du parasitage, selon deux régimes successifs :

- Tant que le parasitage est faible ($\tau \leq \tau_c$), le nombre des forums peut être maintenu au même niveau maximal N_c qu'en l'absence de parasitage. Quant à l'utilité collective, elle se dégrade linéairement en fonction de l'intensité τ^2 du parasitage.
- Lorsque le parasitage excède un certain seuil ($\tau > \tau_c$), il convient en revanche d'abaisser le nombre N des forums strictement en dessous de la borne N_c de non-dégénérescence ($N^*(\tau) < N_c$) et d'ouvrir d'autant moins de forums que s'accroît l'intensité τ^2 du parasitage ($N^*(\tau)$ étant une fonction décroissante de τ). Plus l'intensité τ^2 augmente au delà de τ_c^2 , plus l'utilité collective $\widehat{u}^*(\theta, \tau)$ se dégrade, toutefois moins que proportionnellement à τ^2 , en raison de l'adaptation optimisée du nombre de forums au degré de parasitage.

4 Conclusion

Les principaux résultats établis dans cet article peuvent être ainsi résumés.

1. Dans le cas pathologique où les suiveurs ne tiennent aucun compte des avis des testeurs et se comportent eux-mêmes de facto comme des testeurs, alors les achats sont à toute période uniformément distribués entre les variétés offertes. Les forums sont dans ce cas en permanence indiscernables les uns des autres et l'infomédiation est totalement inopérante : l'expertise des testeurs ne jouant aucun rôle, l'auto-organisation de la demande est réduite à néant.

2. Lorsque les suiveurs se fient au moins en partie aux avis des expérimentateurs, alors une dynamique d'infomédiation peut s'instaurer et cette dynamique opère sans dégénérescence du nombre des forums initialement ouverts,

pourvu que ce nombre n'excède pas un certain seuil critique, inférieur au nombre des variétés qui recouvrent l'espace de demande. L'existence d'un seuil critique est liée au caractère discret de la différenciation de l'offre, réclamant que le degré de fluctuation de la composition initiale des différents forums soit d'un ordre de grandeur supérieur au pas de discrétisation.

3. Si le nombre des forums ouverts est inférieur au seuil de dégénérescence, alors l'infomédiation conduit systématiquement à un équilibre séparateur, dans lequel les forums forment une partition égalitaire du segment de demande. La segmentation d'équilibre ainsi décentralisée par infomédiation est efficace, en ce sens qu'elle maximise l'utilité par tête à nombre de forums donné.

4. A l'équilibre séparateur, la distribution des achats dans un forum donné est centrée autour de la variété localisée au centre du sous-segment de population fréquentant ce forum et elle présente un étalement d'autant plus marqué que pèsent des facteurs individuels de choix autres que les conseils prodigués par les testeurs.

5. Contrainte par l'exigence de non-dégénérescence, l'utilité collective à l'équilibre séparateur est moindre que celle qui prévaudrait à chaque période si l'information des consommateurs était parfaite : cet idéal-type d'information parfaite ne pourrait en effet être atteint par infomédiation que si le nombre des forums pouvait être rendu égal au nombre des variétés recouvrant l'espace de demande, ce qui est impossible sans dégénérescence. L'utilité par tête atteint est la plus forte lorsque le nombre des forums avoisine le seuil critique de dégénérescence et lorsque la confiance des suiveurs en les avis des testeurs devient totale.

6. Lorsque qu'il existe une externalité négative de parasitage informationnel entre les forums et que l'intensité de ce parasitage dépasse un certain seuil, alors la maximisation de l'utilité par tête conduit à porter le nombre des forums en dessous du seuil critique de dégénérescence, ce qui abaisse la qualité de la segmentation auto-organisée de la demande à travers le processus d'infomédiation. Plus l'intensité du parasitage s'accroît à partir de zéro, plus l'utilité par tête diminue.

Références

- [1] **Arthur B.** [1989], "Competing Technologies, Increasing Returns, and Lock-in by Historical Events", *The Economic Journal*, 99, pp. 116-131.
- [2] **Bala V. et S. Goyal** [2000], "Self-Organization in Communication Networks", *Econometrica*, 68, pp. 1181-1230.

- [3] **Bala V. et S. Goyal** [2000], “Learning from Neighbours”, *Review of Economic Studies*, 65(3), July, pp. 595-621.
- [4] **Bikhchandani S., D. Hirshleifer et L. Welch** [1998], “Learning from the Behavior of Others : Conformity, Fads and Informational Cascades”, *Journal of Economic Perspectives*, vol. 12, N° 3, pp. 151-170.
- [5] **Curien N., E. Fauchart, G. Laffond, J. Lainé, J. Lesourne et F. Moreau** [2001], “Forums de consommation sur Internet : un modèle évolutionniste”, *Revue Economique*, vol. 52.
- [6] **Dutta B. et M.O. Jackson** [2001], Introductory chapter in *The Models of the Strategic Formation of Networks and Groups*, ed. Dutta et Jackson.
- [7] **Ellison G. et D. Fudenberg** [1995], “Word of Mouth Communication and Social Learning”, *The Quarterly Journal of Economics*, february, pp. 93-125.
- [8] **Gale D.** [1996], “What have we Learned from Social Learning?”, *European Economic Review*, 40 (3-5), april, pp. 617-628.
- [9] **Goyal S. et F. Vega-Redondo** [1999], “Learning, Network Formation and Coordination”, *mimeo*, Erasmus University.
- [10] **Guzman R. et G. Ventura** [1998], “A Model of Experimentation with Informational Externalities”, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 23(1), october, pp. 9-34.
- [11] **Kalai E. et E. Lehrer** [1993], “Rational Learning Leads to Nash Equilibrium”, *Econometrica* 61, pp. 1019-1045.
- [12] **Kapur S.** [1995], “Technological Diffusion with Social Learning”, *Journal of Industrial Economics*, 43 (2), june, pp. 173-195.
- [13] **Manski C.F.** [2000], “Economic Analysis of Social Interactions”, *Journal of Economic Perspectives*, vol. 14, N° 3, pp. 115-136.
- [14] **Manski C.F.** [1993], “Dynamic Choices in Social Settings : Learning from the Experience of Others”, *Journal of Econometrics*, 58(1-2), july, pp. 121-136.
- [15] **Vivès X.** [1996], “Social Learning and Rational Expectations”, *European Economic Review*, 40 (4-5), april.
- [16] **Watts A.** [2001], “A Dynamic Model of Network Foramation”, *Games and Economic Behaviour*, 34, pp. 331-341.